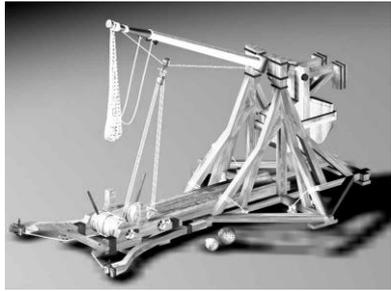


Document 1 : attaque du château de Benjamin le barbare



La redoutable Emeline et Camille la terrible attaquent le château de Benjamin le Barbare à l'aide d'un redoutable engin de siège : le TREBUCHET



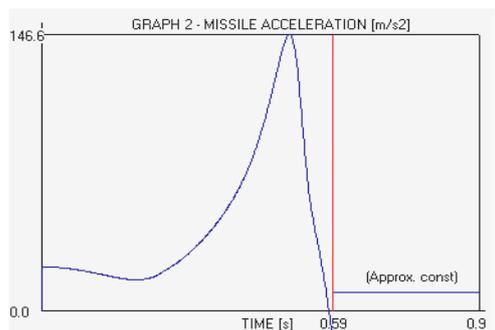
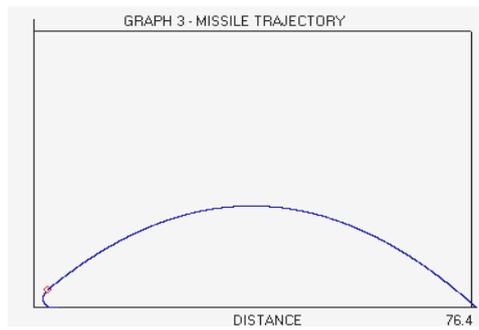
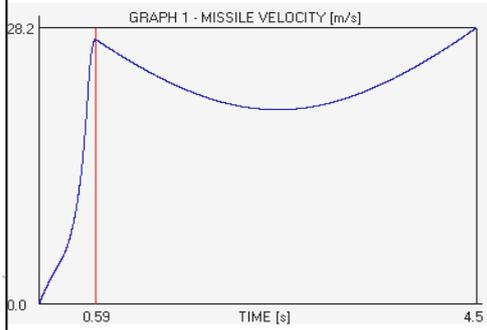
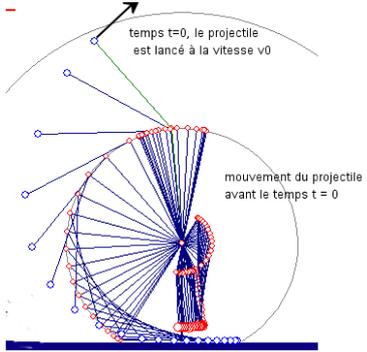
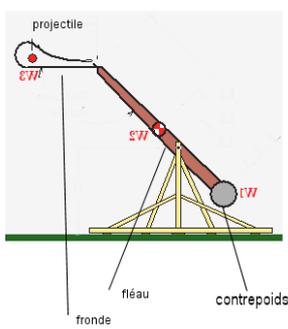
Le trébuchet a été conçu par les ingénieurs du Moyen-âge . C'est une fronde géante munie d'un contrepoids pouvant faire jusqu'à 15 tonnes et pouvant projeter des rocs de plus de 100kg à plus de 200m avec la même précision à chaque tir. Cet engin de siège a été utilisé

jusqu'en 1530 à l'époque où l'artillerie à poudre a commencé à être efficace.

Les 3 graphes ci-dessous donnent la vitesse du projectile ($v=f(t)$), sa trajectoire ($y=f(x)$) et son accélération ($a=f(t)$). Ce mouvement comporte 2 phases :

1. l'action du trébuchet pour lancer le projectile jusqu'à $t = 0.59s$
2. et le mouvement du projectile une fois lancé.

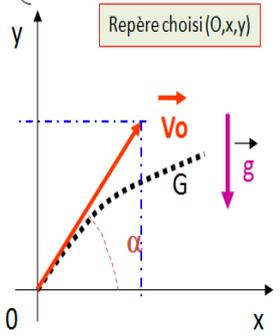
Nous allons étudier uniquement cette 2eme phase en supposant les frottements de l'air négligeable. On choisira comme origine des temps, l'instant où le projectile quitte la fronde du trébuchet, et comme origine du repère le centre d'inertie du projectile à cet instant (voir 4ème graphe ci-dessous)



Document 2 : les équations du mouvement d'un projectile dans le champ de pesanteur terrestre

Situation : À $t=0$ un projectile est lancé avec une vitesse initiale v_0

Système : « projectile »
Référentiel terrestre (considéré comme galiléen)



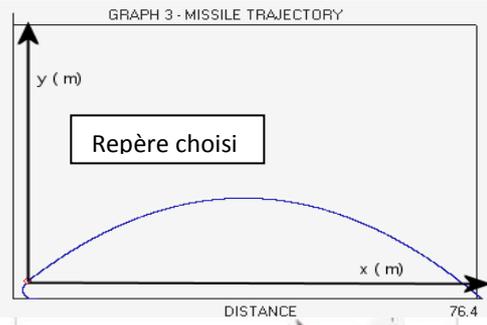
EQUATIONS HORAIRES du MOUVEMENT du projectile

| | | | |
|--------------|---------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| accélération | $\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{cases}$ | Vitesse | $\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cdot \cos\alpha \\ v_y = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin\alpha \end{cases}$ |
|--------------|---------------------------------------------------------|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|

position

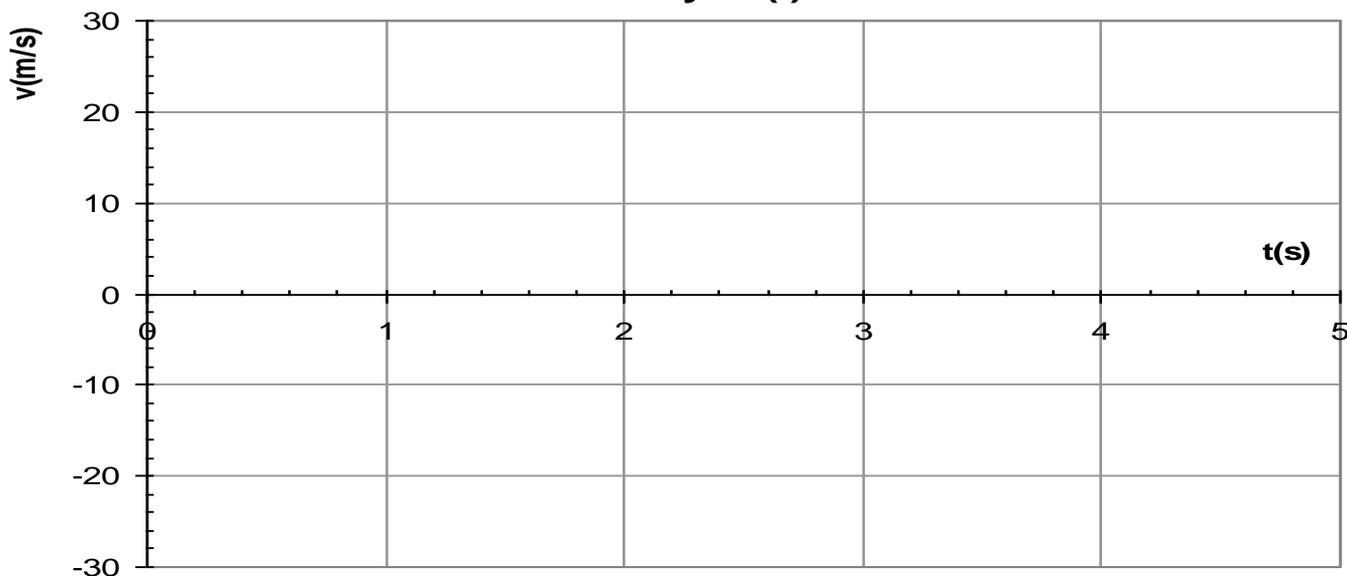
$$\vec{OG} \begin{cases} x = (v_0 \cdot \cos\alpha) \cdot t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \cdot \sin\alpha) \cdot t \end{cases}$$

$$y = -\left(\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2\alpha}\right) \cdot x^2 + (\tan\alpha) \cdot x$$



document 2 : graphe

v_x et $v_y = f(t)$



1- graphes :

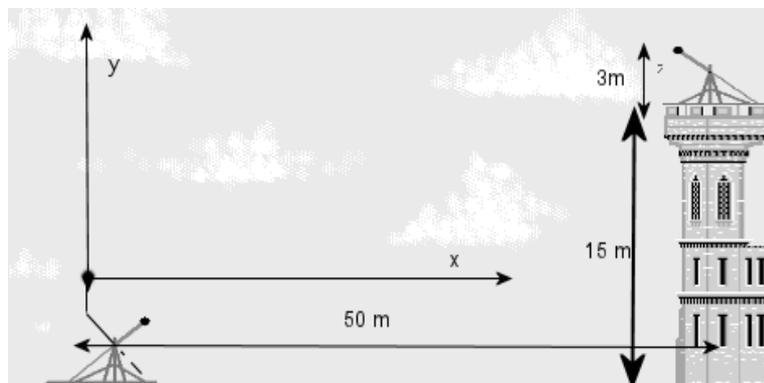
- a. D'après le graphique $a=f(t)$, comment est l'accélération du projectile après $t=0.59s$? justifier par un raisonnement quelles sont les forces appliquées au boulet après $0.59s$.
- b. Montrer par des mesures sur les graphes que la vitesse initiale est de 27 m/s . Sachant que l'angle de visée avec l'horizontale est de 42.6° , calculer les coordonnées du vecteur vitesse v_0

2- Vitesses

- a. Tracer sur le graphe vide (document 2) v_x et $v_y = f(t)$.
- b. Pourquoi la vitesse v_x est-elle obligatoirement constante ?
- c. D'après ce graphe trouver l'instant où le projectile passe à la hauteur maximum. Que vaut v_y à cet instant ? Retrouver cet instant par un calcul. Retrouver la valeur de la vitesse finale indiquée sur le graphe 1 graphiquement et par le calcul.

3- Trajectoire :

- a. Que peut-on dire sur la nature du mouvement de la projection du mouvement sur l'axe x ?
- b. D'après les graphes, combien de temps met le projectile pour retomber sur le sol ? Calculer la position du projectile à cet instant dans le repère d'étude (O,x,y) . En déduire la hauteur du projectile par rapport au sol au temps $t=0$
- c. Trouver la hauteur maximum atteinte par le projectile par rapport au sol.



4- Attaque du château :

La redoutable EMELINE doit d'abord détruire un engin de défense posé au sommet d'une tour par le barbare Benjamin.

- a. a-t-elle placé le trébuchet à la bonne distance pour détruire l'engin de défense au sommet de la tour ?
- b. pour un autre tir, une erreur de manipulation de Camille la terrible fait que la fronde se décroche trop tard et que le projectile part à l'horizontale avec une vitesse horizontale initiale de 28 m/s . Il se trouve alors à 3.5 m du sol.
 - i. Etablir les équations horaires et l'équation cartésienne du mouvement dans le repère indiqué sur le schéma.
 - ii. Le projectile va-t-il quand même toucher la tour de Benjamin le terrible barbare ?

