

2- Méthode d'Ερατοστηνος

Contexte

Au I^{er} siècle avant JC, Platon place la Terre au centre de l'univers, qui est fini et sphérique, et contenu lui-même dans l'espace infini.

Eudoxe, élève de Platon, décrit le mouvement de la Lune et des planètes connues (Mercure, Vénus, Mars, Jupiter et Saturne) par la combinaison de mouvements circulaires centrés sur la Terre.

Dans la seconde moitié du I^{er} siècle, Aristote reprend le système d'Eudoxe. Il est le premier à fixer la grandeur de la Terre (environ 63 000 km à l'équateur).

Pendant cette même période, **Héraclide du Pont** est le premier à supposer que la Terre tourne sur elle-même en un jour et que Vénus tourne autour du Soleil.

Puis vient Archimède, qui mesure la circonférence de la Terre (47 000 km) et évalue des distances Terre-Lune et Terre-Soleil encore très imprécises.

Eratosthène mesure précisément cette circonférence (40 000 km).

ERATOSTHENE DE CYRENE

Eratosthène était un astronome, géographe, philosophe et mathématicien grec .

- En tant que mathématicien il a inventé le « crible d'Ératosthène » pour déterminer les nombres premiers.
- En tant qu'astronome, il met au point des tables d'éclipses, et un « catalogue » de 675 étoiles.
- En tant que géographe, il fut un des premiers à faire l'hypothèse d'une Terre sphérique et à évaluer le périmètre de la Terre. Il est l'inventeur du mot géographie



Il fut nommé à la tête de la bibliothèque d'Alexandrie à la demande de Ptolémée III (pharaon d'Égypte) et fut le professeur du fils du pharaon. il eut accès à l'ensemble du savoir de son temps. En 205 avant J.C, il propose une méthode purement géométrique pour mesurer la taille de la Terre.

DETERMINATION DU RAYON DE LA TERRE

Eratosthène observa que les ombres ne sont pas les mêmes suivant l'endroit où l'on se trouve. En particulier, il compara les ombres le jour du solstice d'été dans deux villes : Syène au sud et Alexandrie au nord.

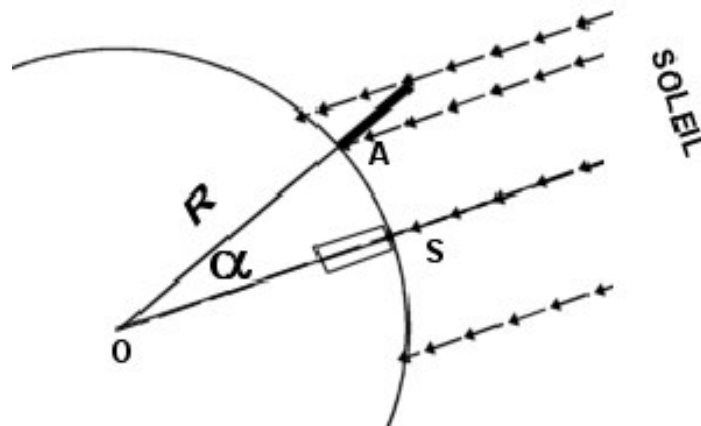
Observations

- **A Syène, à midi, le Soleil est au zénith. Cela signifie que les objets n'ont pas d'ombre. Eratosthène observa que les rayons du Soleil atteignent verticalement le fond d'un puits.**
- Ce phénomène n'avait pas lieu à Alexandrie 800 km plus au Nord. Eratosthène mesura donc l'ombre portée d'un bâton à Alexandrie le jour du solstice . il mesura l'angle entre le bâton et la direction des



- rayons solaires (cf. schéma) ; il trouva 1/50 ème de cercle
- Il lui fallait aussi mesurer la distance Alexandrie-Syène ce qui n'allait pas de soi à cette époque. Il trouve 5000 stades

schema 1



Hypothèses

- Il avait constaté que les rayons du Soleil étaient parallèles, du moins que le Soleil était très loin sinon à l'infini.
- La rotundité de la Terre est facilement compréhensible et deux faits avaient amené les astronomes de l'antiquité à admettre cette rotundité. D'abord, lors de l'observation des éclipses de Lune, l'ombre de la Terre est circulaire. Mais cette constatation pouvait aussi bien signifier que la Terre était plate avec une forme de disque. C'est la disparition progressive des navires sous l'horizon qui suggère bien que la Terre est ronde.
- Il suppose qu'Alexandrie et Syène sont sur le même méridien.

QUESTIONS

A Contexte historique Recherche :

- Trouver les dates et les lieux d'origines correspondant au 6 scientifiques grecs évoqués dans le texte
- Lequel était contemporain et correspondant d'Eratosthène ?

B Pourquoi le Soleil arrive t-il au zénith à midi uniquement le jour du solstice d'été à Syène ?

- A quoi sont dues les saisons de la Terre ?(document dernière page)
- Placer sur les documents les équinoxes de printemps et d'automne, les solstices d'été et d'hiver. Qu'on de particulier ces 4 dates dans l'année ? Indiquer les secteurs correspondant au 4 saisons.
- La latitude de Syène est de 24° . Comment définit-on une latitude ? Quelle est la latitude du tropique nord ?
- Ερατοστηνης observe que le Soleil éclaire le fond d'un puits à Syène uniquement le jour du solstice d'été. Comment définir un tropique ?

C Hypothèses

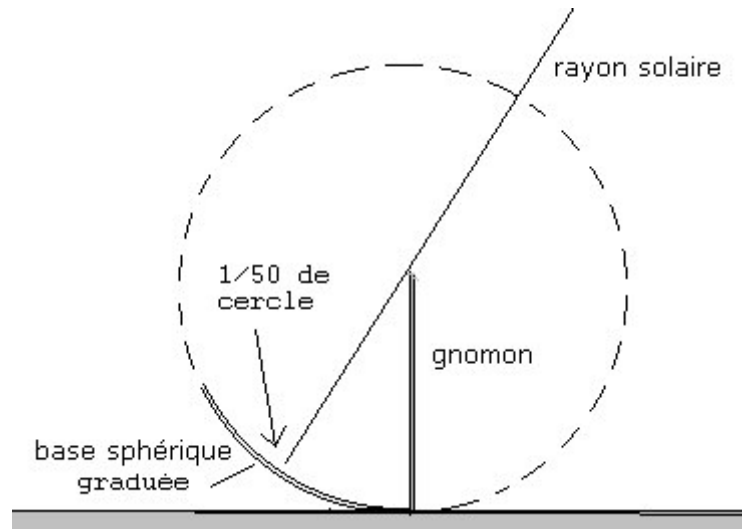
- D'après le schéma en coupe utilisé pour son calcul, Eratosthène suppose qu'Alexandrie et Syène sont situés sur le même méridien a t-il raison ? (voir carte).
- D'après les latitudes et longitudes respectives des deux villes quel est l'écart angulaire de latitude entre Alexandrie et Syène.
- L'hypothèse des rayons solaires parallèle est-elle justifiable ? La distance Terre Soleil est de 150 millions de km et la distance entre Alexandrie et Syène de l'ordre de 800 km. Calculer l'angle entre deux rayons issus d'un point du Soleil et conclure.

<p>ALEXANDRIE : 31.2N ,29.9E SYENE : 24.0N ,32.9E</p>
--

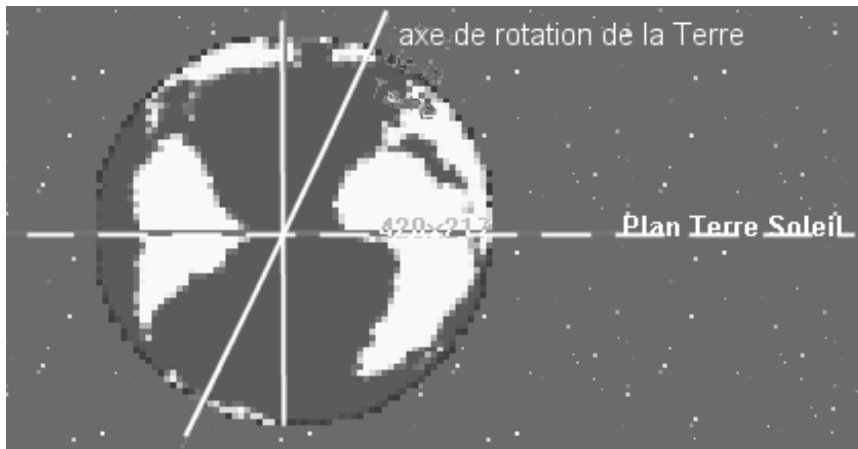


D Détermination de la circonférence de la Terre

1. Indiquer sur le schéma ci contre et sur le schéma 1 (page précédente) l'angle β que font les rayons solaires avec la verticale à Alexandrie.
2. Eratosthène ne connaissait pas la trigonométrie (sin cos et tan). Il avait donc équipé son gnomon d'un cadran sphérique où il lisait des fractions de cercle. Il a estimé l'angle à 1/50 de cercle. Combien cela fait-il de degré.



3. S'il avait connu la trigonométrie, il lui aurait suffi de mesurer la longueur de l'ombre du gnomon sur un plan horizontal. En supposant qu'il ait pu utiliser un gnomon de 2 m de long, quelle aurait été la longueur de l'ombre ?
4. schéma 1 : comparer α et β . Quelle portion de cercle intercepte donc l'arc de Terre entre Alexandrie et Syène. Que faut-il connaître ensuite pour trouver la circonférence de la Terre ?
aide : traduction d'un texte sur Eratosthène (Cléomède *De motu circulari corporum coelestium* écrit au 1^o siècle ap JC) « *Quatrièmement que ceci soit admis comme démontré auprès des géomètres, que les droites sécantes des parallèles forment des angles alternes égaux . cinquièmement que les arcs de cercle qui reposent sur des angles égaux sont semblables, c'est à dire qu'ils ont la même similitude et le même rapport relativement aux cercles correspondants, ceci étant démontré aussi chez les géomètres. Lorsqu'en effet les arcs de cercle reposent sur des angles égaux, quelque soit l'un (d'entre eux) s'il est la dixième partie de son propre cercle, tous les autres seront les dixièmes parties de leurs propres cercles »*
5. En tant que directeur de la bibliothèque d'Alexandrie, Eratosthène avait accès à ses 700000 ouvrages. Parmi ceux-ci figuraient les nombreux relevés topographiques d'arpentage effectués, le long du Nil. Eratosthène reprit toutes ces mesures et, après un minutieux travail de triangulation, détermina la distance à vol d'oiseau entre Alexandrie et Assouan à 5.000 stades.
L'unité de longueur « stade » correspond à la longueur d'un stade olympique de l'antiquité ce qui correspondait à 600 pieds et donc de la peinture de l'architecte. On sait donc que 1 stade correspond à une longueur l comprise entre 147 m et 192 m. Donner un encadrement et une valeur moyenne de la distance Alexandrie Syène en km.
6. En déduire un encadrement de la valeur de la circonférence de la Terre trouvée par Eratosthène et comparer avec la valeur exacte de la longueur d'un méridien qui est de 40074 km.
7. Extrait d'un texte : « *Eratosthène a estimé le périmètre de la Terre, d'après son expérience, égal à 250.000 stades attiques (44250 km.) à savoir avec une approximation de 10% par rapport à la valeur réelle. Lorsqu'on pense que le seul instrument utilisé a été un bâton (gnômon) à une époque où pratiquement tout le monde croyait que la Terre est un disque plat, il y a de quoi rester admiratif devant la force de l'esprit humain. »*
Dans ce texte, certains historiens pensent qu'il a utilisé le stade attique. Quelle était sa longueur ? quelle est la longueur du pied utilisé ? Retrouver la valeur de 10% sur la précision du résultat.



SAISONS

L'axe de la Terre est incliné de $23^{\circ} 26'$ par rapport à la normale à la direction des rayons du Soleil

