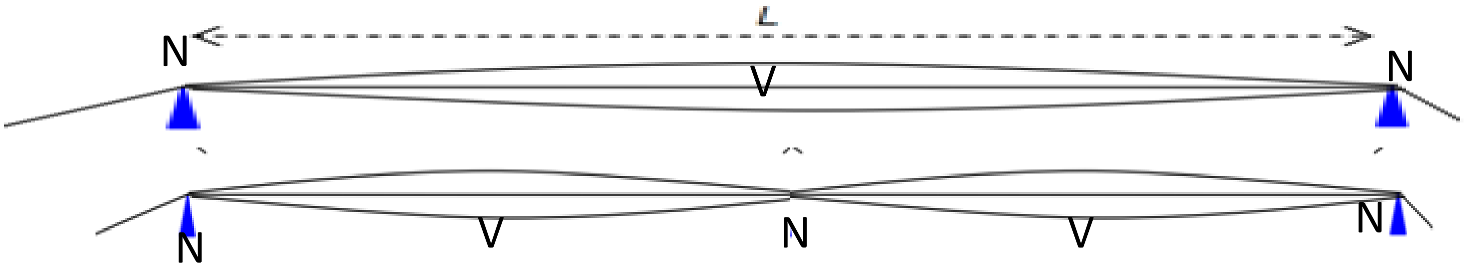
DEVOIR : DURÉE 1H : CORDE DE PIANO

1. Représenter sur un schéma une corde de longueur L, fixée à ses deux extrémités, vibrant dans le mode fondamental de fréquence f1. Même chose pour l'harmonique de fréquence 2f1. Préciser sur les schémas la position des nœuds et des ventres de vibration.



Fondamental f1

Harmonique f2= 2f1

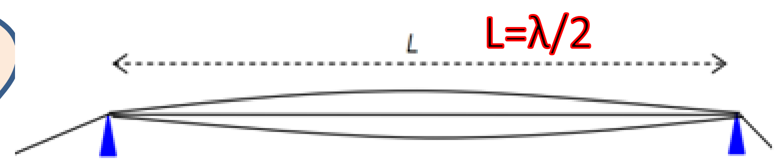
2. 2. Donner la relation entre la longueur L de la corde et la longueur d'onde λ pour le mode fondamental. En déduire l'expression littérale de la fréquence fondamentale f1 en fonction de la célérité et de la longueur de la corde. Montrer aussi que $f = \frac{1}{2L} \times \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

$$\lambda = v \times T = \frac{v}{f}$$

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L}$$

$$f = \frac{1}{2L} \times \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$



3. ***La corde du piano correspondant au la3 émet un son complexe de fréquence égale à 440 Hz.***

3.1. À quelle caractéristique d'un son est associée la fréquence d'une note ?

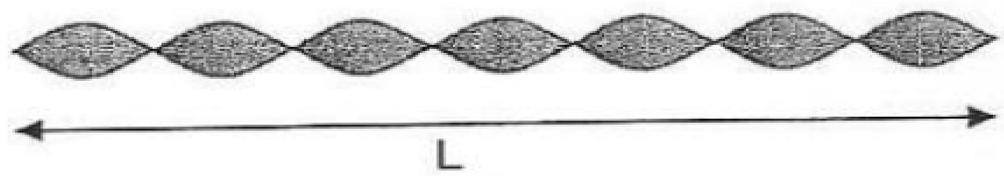
La fréquence d'une note caractérise sa **hauteur**

3.2. On donne ci-dessous le schéma d'une corde vibrant dans le mode 7.

3.2.1. Donner la fréquence de l'harmonique de rang 7.

3.2.2. Pourquoi un marteau frappant au septième de la longueur de la corde élimine-t-il l'harmonique 7 du son émis par l'instrument ?

3.2.3. Quelle caractéristique du son émis par l'instrument est modifiée par la suppression de l'harmonique 7 ?



On a $f_n = n.f_1$ où f_1 est la fréquence du fondamental. $\mathbf{f_7 = 7\, f_1}$. $f_7 = 7 \times 440 =$ $\mathbf{3{,}08 \times 10^3}$ **Hz**.

Lorsque le marteau frappe la corde au septième de sa longueur (soit à L/7) , la corde est excitée sur **un nœud de vibration**. Or le marteau provoque un ventre à cet endroit, ce qui élimine l'harmonique de rang 7.

Lorsqu'on supprime l'harmonique de rang 7, on modifie **le timbre** du son.

4. ***On considère un clavier de piano comportant sept octaves. Si toutes les cordes avaient même masse linéique et étaient soumises à la même tension, leur longueur devrait être comprise entre six centimètres et huit mètres.***

La corde de huit mètres de longueur correspondrait-elle à la note la plus grave ou la plus aiguë ? Justifier.

$$f = \frac{1}{2L} \times \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

F et µ restent constants, donc si L augmente la fréquence diminue
La corde la plus longue aurait donc la fréquence la plus basse et donc la note la plus grave

5. ***Pour éviter des longueurs aussi importantes, on utilise des cordes filées. Autour d'un fil d'acier, toujours soumis à la même tension, on enroule en spires serrées un fil de cuivre soudé aux deux extrémités du fil d'acier. Les différentes cordes filées, toutes de même longueur, peuvent atteindre un diamètre de l'ordre du centimètre.***

5.1. Quelle caractéristique de la corde vibrante est modifiée par l'enroulement du fil de cuivre sur le fil d'acier ?

L'enroulement du fil de cuivre sur le fil d'acier **modifie la masse linéique µ** de la corde.

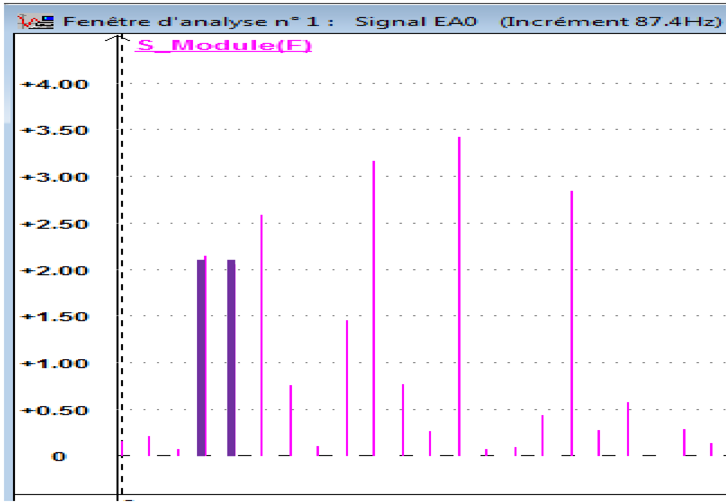
5.2. La note de fréquence f = 27,5 Hz est obtenue à partir d'une corde filée.
La longueur de celle-ci est L = 0,50 m. La tension F à laquelle la corde est soumise, est égale à 400 N.
Calculer la masse de la corde.

$$f = \frac{1}{2L} \times \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow f^2 = \frac{1}{4L^2} \times \frac{F}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{F}{4L^2 \times f^2} = \frac{400}{4 \times 0.5^2 \times 27.5^2} = 0.53 \text{ kg/m}$$

Masse de la corde : m = µ x L = 0.53 x L = 0.26 kg

6. **On a enregistré un accord de deux notes avec un piano. Le spectre sonore obtenu est indiqué ci-dessous. La fréquence du son obtenu est la différence des fréquences des 2 notes jouées simultanément.**

6.1 Identifier les 2 notes. Montrer que cet accord de deux notes est une quarte



87.4 Hz	218 mV
175 Hz	79.6 mV
262 Hz	2.16 V
350 Hz	2.06 V
437 Hz	2.59 V
524 Hz	765 mV
612 Hz	116 mV
699 Hz	1.46 V
787 Hz	3.17 V
874 Hz	777 mV
962 Hz	273 mV
1.05 kHz	3.43 V
1.14 kHz	74.7 mV
1.22 kHz	103 mV
[illegible] kHz	441 mV

Les fréquences des 2 notes sont donc forcément 2 harmoniques d'amplitude importante consécutives du spectre de l'accord.

F(note 1) = $\boxed{262 \text{ Hz}}$ (do 3)

F(note 2) = $\boxed{350 \text{ Hz}}$ (fa 3)

Différence $\boxed{88 \text{ Hz}}$ (fa1)

Ton	Note	0	1	2	3	
1	do	32,703196	65,406391	130,81278	261,62557	5
2	do#	34,647829	69,295658	138,59132	277,18263	5
3	ré	36,708096	73,416192	146,83238	293,66477	5
4	ré#	38,890873	77,781746	155,56349	311,12698	6
5	mi	41,203445	82,406889	164,81378	329,62756	6
6	fa	43,653529	87,307058	174,61412	349,22823	6
7	fa#	46,249303	92,498606	184,99721	369,99442	7
8	sol	48,999429	97,998859	195,99772	391,99544	7
9	sol#	51,913087	103,82617	207,65235	415,3047	8
10	la	55	110	220	440	
11	sib	58,27047	116,54094	233,08188	466,16376	9
12	si	61,735413	123,47083	246,94165	493,8833	9

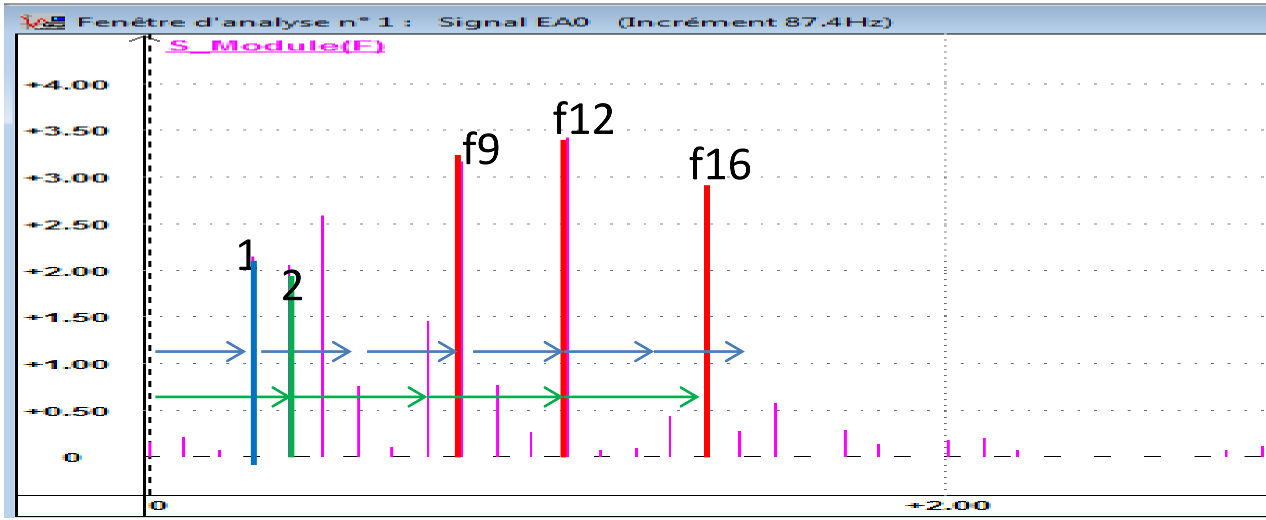
Rapport des fréquences : $\dfrac{350}{262} = 1.335 \approx \dfrac{4}{3}$

$\underbrace{\text{Do- do\# - ré}}_{\text{1 ton}} \underbrace{\text{ – ré\# - mi}}_{\text{1 ton}} \underbrace{\text{ – fa}}_{\text{1/2 ton}}$

Cet accord est bien une quarte

La quarte juste englobe deux tons et un demi-ton diatonique.
Le rapport de fréquences de deux notes séparées par un intervalle de quarte juste est de 4 / 3, très légèrement supérieur dans la gamme tempérée usuelle.

6.2 A laquelle des 2 notes appartiennent les 4 plus grandes harmoniques présentes sur l'enregistrement du spectre sonore.



1	87.4 Hz	218 mV
2	175 Hz	79.6 mV
3	262 Hz	2.16 V
4	350 Hz	2.06 V
5	437 Hz	2.59 V
6	524 Hz	765 mV
7	612 Hz	116 mV
8	699 Hz	1.46 V
9	787 Hz	3.17 V
10	874 Hz	777 mV
11	962 Hz	273 mV
12	1.05 kHz	3.43 V
13	1.14 kHz	74.7 mV
14	1.22 kHz	103 mV
15	1.31 kHz	441 mV
16	1.40 kHz	2.86 V

Fréquence des harmoniques : fn = n x f1

F9 : harmonique 3 de la note 1

F12 : harmonique 4 de la note 1 + harmonique 3 de la note 2

F16 : harmonique 3 de la note 2