

Le piano est un instrument dont les cordes, de longueur L , sont mises en vibration par le choc de marteaux. Chaque marteau est actionné en appuyant sur une touche du piano.

Pour le piano étudié, la tension des différentes cordes est à peu près la même pour toutes.

Chaque corde est frappée au septième ou au neuvième de sa longueur de façon à éliminer les harmoniques 7 ou 9 les plus défavorables à la qualité du son émis.

On donne l'expression de la célérité dans une corde tendue : $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

v : célérité en $m.s^{-1}$.
 F : tension de la corde en N .
 μ : masse linéique de la corde en $kg.m^{-1}$.

1. Représenter sur un schéma une corde de longueur L , fixée à ses deux extrémités, vibrant dans le mode fondamental de fréquence f_1 . Même chose pour l'harmonique de fréquence $2f_1$. Préciser sur les schémas la position des nœuds et des ventres de vibration.
2. Donner la relation entre la longueur L de la corde et la longueur d'onde λ pour le mode fondamental. En déduire l'expression littérale de la fréquence fondamentale f_1 en fonction de la célérité et de la longueur de la corde. Montrer aussi que $f = \frac{1}{2L} \times \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

3. La corde du piano correspondant au la3 émet un son complexe de fréquence égale à 440 Hz.

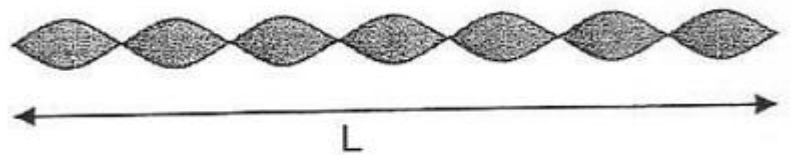
3.1. À quelle caractéristique d'un son est associée la fréquence d'une note ?

3.2. On donne ci-dessous le schéma d'une corde vibrant dans le mode 7.

3.2.1. Donner la fréquence de l'harmonique de rang 7.

3.2.2. Pourquoi un marteau frappant au septième de la longueur de la corde élimine-t-il l'harmonique 7 du son émis par l'instrument ?

3.2.3. Quelle caractéristique du son émis par l'instrument est modifiée par la suppression de l'harmonique 7 ?



4. On considère un clavier de piano comportant sept octaves. Si toutes les cordes avaient même masse linéique et étaient soumises à la même tension, leur longueur devrait être comprise entre six centimètres et huit mètres.

La corde de huit mètres de longueur correspondrait-elle à la note la plus grave ou la plus aiguë ? Justifier.

5. Pour éviter des longueurs aussi importantes, on utilise des cordes filées. Autour d'un fil d'acier, toujours soumis à la même tension, on enroule en spires serrées un fil de cuivre soudé aux deux extrémités du fil d'acier. Les différentes cordes filées, toutes de même longueur, peuvent atteindre un diamètre de l'ordre du centimètre.

5.1. Quelle caractéristique de la corde vibrante est modifiée par l'enroulement du fil de cuivre sur le fil d'acier ?

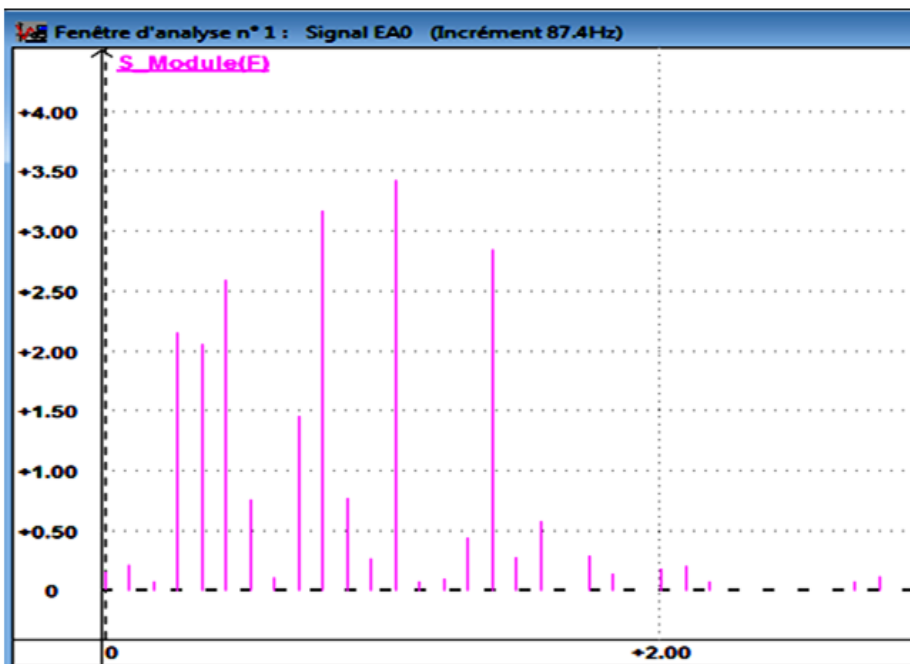
5.2. La note de fréquence $f = 27,5$ Hz est obtenue à partir d'une corde filée.

La longueur de celle-ci est $L = 0,50$ m. La tension F à laquelle la corde est soumise, est égale à 400 N. Calculer la masse de la corde.

6. On a enregistré un accord de deux notes avec un piano. Le spectre sonore obtenu est indiqué ci-dessous. La fréquence du son obtenu est la différence des fréquences des 2 notes jouées simultanément.

6.1 Identifier les 2 notes. Montrer que cet accord de deux notes est une quarte.

6.2 A laquelle des 2 notes appartiennent les 3 plus grandes harmoniques présentes sur l'enregistrement du spectre sonore.



1	87.4 Hz	218 mV
2	175 Hz	79.6 mV
3	262 Hz	2.16 V
4	350 Hz	2.06 V
5	437 Hz	2.59 V
6	524 Hz	765 mV
7	612 Hz	116 mV
8	699 Hz	1.46 V
9	787 Hz	3.17 V
10	874 Hz	777 mV
11	962 Hz	273 mV
12	1.05 kHz	3.43 V
13	1.14 kHz	74.7 mV
14	1.22 kHz	103 mV
15	1.31 kHz	441 mV
16	1.40 kHz	2.86 V

Ton	Note	Octave									
		0	1	2	3	4	5	6	7		
1	do	32,703196	65,406391	130,81278	261,62557	523,25113	1046,5023	2093,0045	4186,009	8372,0181	
2	do#	34,647829	69,295658	138,59132	277,18263	554,36526	1108,7305	2217,461	4434,9221	8869,8442	
3	ré	36,708096	73,416192	146,83238	293,66477	587,32954	1174,6591	2349,3181	4698,6363	9397,2726	
4	ré#	38,890873	77,781746	155,56349	311,12698	622,25397	1244,5079	2489,0159	4978,0317	9956,0635	
5	mi	41,203445	82,406889	164,81378	329,62756	659,25511	1318,5102	2637,0205	5274,0409	10548,082	
6	fa	43,653529	87,307058	174,61412	349,22823	698,45646	1396,9129	2793,8259	5587,6517	11175,303	
7	fa#	46,249303	92,498606	184,99721	369,99442	739,98885	1479,9777	2959,9554	5919,9108	11839,822	
8	sol	48,999429	97,998859	195,99772	391,99544	783,99087	1567,9817	3135,9635	6271,927	12543,854	
9	sol#	51,913087	103,82617	207,65235	415,3047	830,6094	1661,2188	3322,4376	6644,8752	13289,75	
10	la	55	110	220	440	880	1760	3520	7040	14080	
11	sib	58,27047	116,54094	233,08188	466,16376	932,32752	1864,655	3729,3101	7458,6202	14917,24	
12	si	61,735413	123,47083	246,94165	493,8833	987,7666	1975,5332	3951,0664	7902,1328	15804,266	

La quarte juste englobe deux tons et un demi-ton diatonique.

Le rapport de fréquences de deux notes séparées par un intervalle de quarte juste est de $4/3$, très légèrement supérieur dans la gamme tempérée usuelle.

